Betreuer: Dieter Bojarski Gunnar Rott, 30.11.2006

Protokoll zum Fortgeschrittenenpraktikum I

Elektronische Messtechnik im WS 2006/2007

Frequenzselektive Messungen

I Einleitung

In dieser Versuchsreihe werden verschiedene aktive Filtertypen untersucht und in Hinblick auf ihre Eigenschaften zur Entwicklung von Strategien zur Realisierung optimaler Filterkurven betrachtet.
Des Weiteren werden die Linearität und Selektivität eines phasenempfindlichen Gleichrichters (PEG) untersucht.

II Theoretische Grundlagen

Aktive Filter

Tiefpass

Für den in der ersten Versuchsreihe „RC-Glieder" bereits kennen gelernten Tiefpass ergab sich für das Verhältnis zwischen Aus- und Eingangsspannung der Frequenzgang
$A(j\omega) = \frac{U_a}{U_e} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$.
Setzt man nun für $j\omega$ die Abkürzung $p = j\omega + \sigma$ ein, so erhält man die Übertragungsfunktion
$A(p) = \frac{L(U_a(t))}{L(U_e(t))} = \frac{1}{1 + pRC}$, die das Verhältnis der Laplacetransformierten zwischen Aus- und Eingangsspannung für zeitlich beliebig abhängige Signale angibt.

Für die Normierung $P = \frac{p}{\omega_g}$ und $\sigma = 0$ folgt unmittelbar $P = \frac{j\omega}{\omega_g} = j\frac{f}{f_g} = j\Omega$.
Wie bereits bekannt, ist die Grenzfrequenz des passiven Tiefpasses der ersten Versuchsreihe $f_g = \frac{1}{2\pi RC}$ woraus $P = pRC$ folgt.
Es ist also zusammengefasst $A(P) = \frac{1}{1 + P}$. (1)

Das Amplitudenverhältnis bei Sinussignalen am Eingang ist beschrieben durch das Betragsquadrat von (1), also $|A(P)|^2 = |A(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \Omega^2}$.
Für hohe Frequenzen, $f >> f_g$ ist demnach $|A| = \frac{1}{\Omega}$, was einer Verringerung der Verstärkung um $20db$ je Dekade entspricht.

Schaltet man n Tiefpässe hintereinander in Reihe, so ist
$A(P) = \frac{1}{(1 + \alpha_1 P)(1 + \alpha_2 P)...(1 + \alpha_n P)}$, $\alpha \in R^+$.
Ist wiederum $f >> f_g$, also $Q >> 1$, so ergibt sich eine Verringerung der Verstärkung von $n \cdot 20db$ je Dekade.

Für die Reihenschaltung entkoppelter Tiefpässe gleicher Grenzfrequenz, wird $\alpha_1 = \alpha_2 = ... = \alpha = \sqrt{\sqrt[n]{2} - 1}$, was einer kritischen Dämpfung entspricht und die einzelnen Tiefpässe sodann eine um $\frac{1}{\alpha}$ niedrigere Grenzfrequenz haben als der Gesamtpass.

Allgemein schreibt sich die Übertragungsfunktion eines Tiefpasses als $A(P) = \frac{A_0}{1 + c_1 P + c_2 P^2 + ... + c_n P^n}$ (2), dabei ergibt sich durch eine Zerlegung des Nennerpolynoms in einzelne Faktoren die Form

$$A(P) = \frac{A_0}{(1 + a_1 P + b_1 P^2)(1 + a_2 P + b_2 P^2)\cdots} \qquad (3)$$

, wobei bei einer ungeraden Ordnungszahl $b_1 = 0$ ist.

Es sind somit ganz andere Ansätze bei der Optimierung der Frequenzkurve möglich, als beim passiven RC-Glied, da nun konjugiert komplexe Pole entstehen.
Die Verwendung von LRC-Gliedern ist im niederfrequenten Bereich schlecht wegen der hohen Induktivitäten realisierbar. Daher verwendet man dort aktive Komponenten, wie z.B. einen OV, die der Schaltung den Namen „aktiver Filter“ geben.

Vergleich von Butterworth-, Tschebyscheff und Bessel-Tiepassfilter

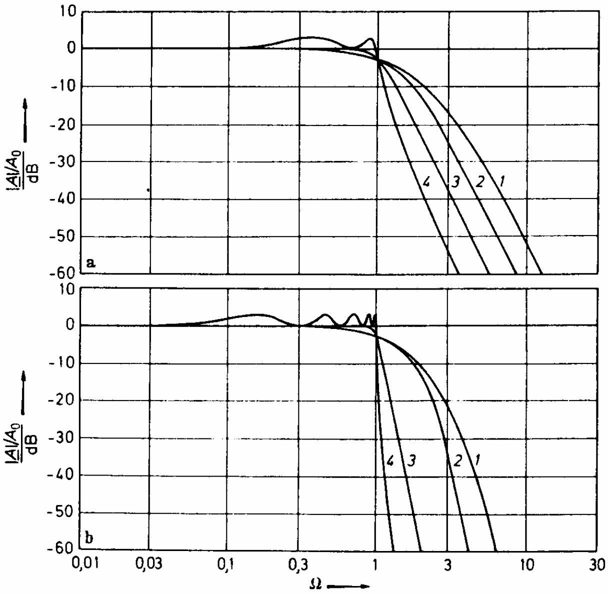


Abbildung 2: Amplitudenfrequenzgangvergleich vierer Tiefpassfiltertypen, 1: kritische Dämpfung, 2: Bessel-TP, 3: Butterworth-TP, 4: Tschebyscheff-TP (a) TP 4. Ordnung, (b) TP 10. Ordnung

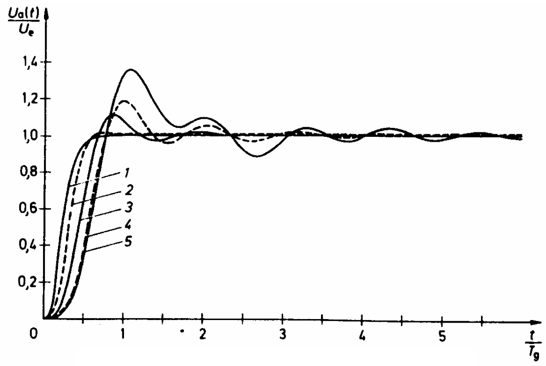


Abbildung 1: Sprungantwort vierer Tiefpassfiltertypen, 1: kritische Dämpfung, 2: Bessel-TP, 3: Butterworth-TP, Tschebyscheff-TP mit 4: 0,5db, 5: 3db Welligkeit

(aus /2/ U.Tietze, Ch. Schenk: „Halbleiterschaltungstechnik“ S.393f)

Anhand von Abbildung 1 und 2 ist ersichtlich, worin die Vor- und Nachteile der jeweils verwendeten Filtertypen liegen:
Beim **Butterworth-TP** verläuft der Amplituden-Frequenzgang lange horizontal, knickt danach scharf bei der Grenzfrequenz der Schaltung ab und beantwortet den Sprung mit einem Überschwingen, welches mit zunehmender Ordnung größer wird.
Der **Tschebyscheff-TP** hingegen hat eine wellige Verstärkung im Durchlassbereich und knickt sehr scharf bei der Grenzfrequenz ab.

Optimal für Rechteckübertragung eignet sich der **Bessel-TP**, da seine Gruppenlaufzeit über einen großen Frequenzbereich konstant ist, also $\varphi \sim f$. Er knickt weicher als die beiden anderen Tiefpässe nahe der Grenzfrequenz ab.
Bei allen ist die Anstiegszeit nahezu unabhängig von der Ordnung des Passes. Sie besitzt den Wert $\frac{1}{3f_g}$. Die Verzögerungszeit nimmt hingegen mit höherer Ordnungszahl zu.
Das Überschwingen eines Bessel-Filters nimmt ab der vierten Ordnung wieder ab.

Butterworth-Tiefpass

Die allgemeine Form des Betrages der Verstärkung bei Tiefpässen ist $|A|^2 = \frac{{A_0}^2}{1+k_2\Omega^2+k_4\Omega^4+...+k_{2n}\Omega^{2n}} \approx \frac{{A_0}^2}{1+k_{2n}\Omega^{2n}}\ \textit{für einen Butterworth} - \textit{Tiefpass}$.
Aus der Normierungsbedingung, dass die Verstärkung für $\Omega = 1$ um $3dB$ abgenommen haben soll, ergibt sich:

$$\frac{{A_0}^2}{2} = \frac{{A_0}^2}{1+k_{2n}} \Leftrightarrow k_{2n} = 1 .$$

Nimmt man einen Butterworth-TP n-ter Ordnung, so ist also $|A|^2 = \frac{{A_0}^2}{1+\Omega^{2n}}$.
Gibt man die Pole der Übertragungsfunktion in geschlossener Form an, so ist
bei gerader Ordnung n:

$$a_i = 2\cos\left(\frac{(2i-1)\pi}{2n}\right),\ i = 1...\frac{n}{2}$$

$$b_i = 1$$

bei ungerader Ordnung n:

$$\begin{matrix} a_1 = 1 \\ b_1 = 0 \end{matrix} \quad \text{und} \quad \begin{matrix} a_i = 2\cos\left(\frac{(i-1)\pi}{2n}\right),\ i = 2...\frac{n+1}{2} \\ b_i = 1 \end{matrix}$$

Tschebyscheff-Tiefpass

Für tiefe Frequenzen ist die Verstärkung des Tschebyscheff-TPs A_0 wobei sie mit einer vorgegebenen Welligkeit schwankt, die durch die Tschebyscheff-Polynome beschrieben werden.
Es ist

$$|A|^2 = \frac{k{A_0}^2}{1+\varepsilon^2 {T_n}^2(x)} \text{ mit } T_n(x) = \begin{cases} \cos(n \arccos x) & ,0 \le x \le 1 \\ \cosh(n\, ar\cosh x) & ,\ x > 1 \end{cases} .$$

k wird hierbei so gewählt, dass für $x = 0$ die Bedingung $|A|^2 = {A_0}^2$ erfüllt wird, also

$$k = \begin{cases} 1 & ,n\ ungerade \\ 1+\varepsilon^2 & ,n\ gerade \end{cases} .$$

Der Wert von ε bestimmt die Welligkeit; es ist:

$$\frac{A_{\max}}{A_{\min}} = \sqrt{1+\varepsilon^2}$$

$$\left.\begin{aligned} A_{\max} &= A_0\sqrt{1+\varepsilon^2} \\ A_{\min} &= A_0 \end{aligned}\right\} n\ gerade$$

$$\left.\begin{aligned} A_{\max} &= A_0 \\ A_{\min} &= \frac{A_0}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} \end{aligned}\right\} n\ ungerade$$

Über die Pole des Butterworth-TPs ergeben sich die Koeffizienten des Tschbyscheff-TPs bei Verwendung von (2) zu:

gerade Ordnung:

$$\left.\begin{aligned} b_i' &= \frac{1}{\cosh^2(\gamma) - \cos^2\left(\frac{(2i-1)\pi}{2n}\right)} \\ a_i' &= 2b_i'\sinh(\gamma)\cos\left(\frac{(2i-1)\pi}{2n}\right) \end{aligned}\right\} f\ddot{u}r\ i = 1 \ldots \frac{n}{2}$$

ungerade Ordnung:

$$b_1' = 0$$

$$a_1' = \frac{1}{\sinh(\gamma)}$$

$$\left.\begin{aligned} b_i' &= \frac{1}{\cosh^2(\gamma) - \cos^2\left(\frac{(i-1)\pi}{n}\right)} \\ a_i' &= 2b_i'\sinh(\gamma)\cos\left(\frac{(i-1)\pi}{n}\right) \end{aligned}\right\} f\ddot{u}r\ i = 2 \ldots \frac{n+1}{2}$$

, wobei $\gamma = \frac{1}{n} ar\sinh\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$ ist.

Allerdings ist nun noch zum Vergleich der Filtertypen das P des Tschebyscheff-TP durch αP so zu normieren, dass durch α für $P = j$ die Verstärkung $\frac{1}{\sqrt{2}}$ beträgt.

Bessel-Tiefpass

Ist die Gruppenlaufzeit eines Filters frequenzunabhängig (→frequenzproportionale Phasenverschiebung), so eignet er sich gut für die Übertragung von Rechtecksignalen.
Ein Bessel-Filter hat genau diese Eigenschaft.
Die Gruppenlaufzeit unterhalb der Grenzfrequenz $\Omega = 1$ sollte demnach möglichst wenig von Ω abhängen.

Durch die Durchführung einer Butterworth-Approximation für die Gruppenlaufzeit ergibt sich mit $P = j\Omega$ die Verstärkung

$$A = \frac{A_0}{1 + a_1 P + b_1 P^2} = \frac{A_0}{1 + ja_1\Omega - b_1\Omega^2}.$$

Die Phasenverschiebung ist somit

$$\varphi = -\arctan\left(\frac{a_1\Omega}{1 - b_1\Omega^2}\right),$$

die Gruppenlaufzeit

$$t_{gr} = -\frac{d\varphi}{d\omega}$$

und die normierte Gruppenlaufzeit

$$T_{gr} = \frac{t_{gr}}{T_g} = t_{gr} f_g = \frac{1}{2\pi} t_{gr}\omega_g .$$

Woraus folgt, dass

$$T_{gr} = -\frac{\omega_g}{2\pi}\frac{d\varphi}{d\omega} = -\frac{1}{2\pi}\frac{d\varphi}{d\Omega} \quad \text{und} \quad T_{gr} = \frac{1}{2\pi}\frac{a_1(1 + b_1\Omega^2)}{1 + (a_1^{\ 2} - 2b_1)\Omega^2 + b_1^{\ 2}\Omega^4}.$$

Für die Tatsache $T_{gr} = \frac{a_1}{2\pi}\frac{1 + b_1\Omega^2}{1 + (a_1^{\ 2} - 2b_1)\Omega^2} \quad \mathit{für}\ \Omega << 1$ folgt die Bedingung

$b_1 = \frac{1}{3}a_1^{\ 2}$ aus der Normierungsbedingung $|A|^2 = \frac{1}{2}\ \mathit{für}\ \Omega = 1$: $\frac{1}{2} = \frac{1}{(1 - b_1)^2 + a_1^{\ 2}}$, wenn der Ausdruck unabhängig von Ω sein soll.

Es folgt sogleich daraus $\begin{array}{l} a_1 = 1{,}3617 \\ b_1 = 0{,}6180 \end{array}.$

Hochpass

Sämtliche Zusammenhänge für einen Hochpass erhält man durch die Spiegelung der Funktion des Tiefpasses an der Grenzfrequenz, also Ersetzung von P durch $\frac{1}{P}$. Es kann somit eine Tiefpass-Hochpass-Transformation angegeben werden.

Es ist somit $A(P) = \frac{A_\infty}{\prod_i \left(1 + \frac{a_i}{P} + \frac{b_i}{P^2}\right)}$.

Das Verhalten im Zeitbereich ist jedoch nicht so leicht zu transformieren. Qualitativ bleibt nur erhalten, dass der Einschwingvorgang mit größer werdender Polgüte langsamer abklingt.

Bandpass

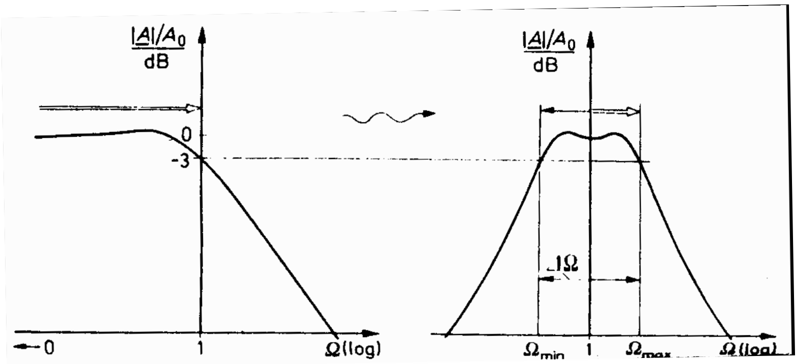


Abbildung 3: Tiefpass-Bandpass-Transformation
(aus /2/ U.Tietze, Ch. Schenk: „Halbleiterschaltungstechnik“ S.424)

Analog zum Hochpass ist wieder durch eine Transformation des Tiefpasses ein Bandpass zu beschreiben. Man ersetzt hierbei P durch $\frac{1}{\Delta\Omega}\left(P+\frac{1}{P}\right)$. Diese Transformation ist in Abbildung 3 veranschaulicht.

Es ist $A(P)=\frac{A_0}{1+\frac{1}{\Delta\Omega}\left(P+\frac{1}{P}\right)}=\frac{A_0\Delta\Omega P}{1+\Delta\Omega P+P^2}$, was die Übertragungsfunktion des einfachsten Bandpasses, einem Bandpassfilter zweiter Ordnung, darstellt.
Die Güte ist hierbei analog wie beim Schwingkreis berechenbar zu
$Q=\frac{f_r}{B}=\frac{f_r}{f_{\max}-f_{\min}}=\frac{1}{\Omega_{\max}-\Omega_{\min}}=\frac{1}{\Delta\Omega}$, wodurch sich die Übertragungsfunktion auch als

$A(P)=\frac{\left(\frac{A_r}{Q}\right)P}{1+\frac{1}{Q}P+P^2}$ schreiben lässt.

Der Frequenzgang der Amplitude ist also mit $P=j\omega$

$|A|=\frac{\left(\frac{A_r}{Q}\right)\Omega}{\sqrt{1+\Omega^2\left(\frac{1}{Q^2}-2\right)+\Omega^4}}$ und die Phasenverschiebung $\varphi=\arctan\left(\frac{Q(1-\Omega^2)}{\Omega}\right)$.

Protokoll zum Fortgeschrittenenpraktikum I

Elektronische Messtechnik im WS 2006/2007

Aktive Doppel-T-Bandsperre

Die Unterdrückungsgüte eines durch einen passiven RC-Sperrfilter erzeugten Doppel-T-Filter liegt bei $Q = 0{,}25$. Durch die Verwendung eines Verstärkers (OV) lässt sie sich erhöhen, indem der Filter in die Rückkopplung des Verstärkers einbezogen wird.
Signale hoher und tiefer Frequenzen werden unverändert übertragen, Signale mit der Resonanzfrequenz werden unterdrückt. Es ist also im ersten Fall die Ausgangsspannung des OVs kU_e und im zweiten Fall 0, da der Filter so wirkt, als wenn der eingesetzte

Widerstand $\frac{R}{2}$ (s. Abbildung ■ ■ ■) an Masse angeschlossen wäre, wodurch sich die Resonanzfrequenz $f_r = \frac{1}{2\pi RC}$ nicht ändert.

Es ist hierbei $A(P) = \frac{k(1+P^2)}{1+2(2-k)P+P^2}$, $A_0 = k$ und $Q = \frac{1}{2(2-k)}$.

Phasenempfindlicher Gleichrichter (PEG)

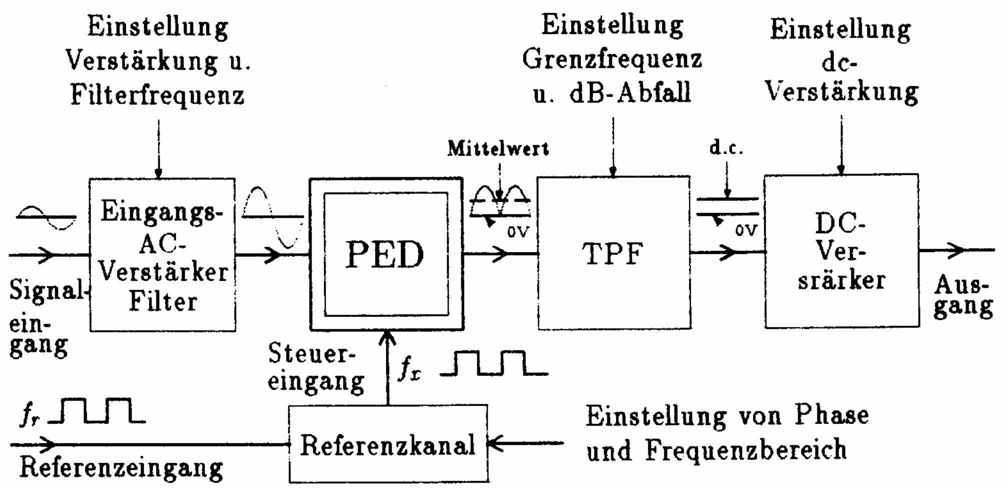


Abbildung 4: Aufbau eines PEGs (aus Dr. H. J. Schütt "Vorbereitungsmaterial für den Versuch "Phasenempfindlicher Gleichrichter"" S. 1)

Ein PEG wird verwendet, um kleine Wechselspannungssignale zu messen. Er besteht aus einem phasenempfindlichen Detektor (PED), Filtern und Verstärkern, die nach Abbildung 4 aufgebaut sind.
Es werden Frequenzen gemessen, die ungeradezahlige Harmonische des Referenzsignals sind.
An den Referenzkanal können die unterschiedlichsten Frequenzen, Amplituden und Wellenformen gelegt werden. Die rechteckige und amplitudenkonstante Ausgangsspannung des Referenzkanals ($f_x = f_r$) ist die Eingangssteuerspannung des PED-Kreises.
Das PEG-Eingangssignal wird auf eine für den PED verwertbare Größe verstärkt. Außerdem ist der Eingangsverstärker oft frequenzselektiv.

Multipliziert man das Eingangs- und Steuersignal, so ergibt sich die Ausgangsspannung des PEGs. Verwendet man ein zum Steuersignal synchrones Eingangssignal, so erhält man eine Gleichspannung am Ausgang der Schaltung, bei anderen Frequenzen ergeben sich AC-Ausgangssignale.
Diese können nun mit einem Tiefpassfilter unterdrückt werden, sodass sich eine reine Gleichspannung am Ausgang befindet, welche wiederum verstärkt werden kann, um sie registrieren zu können.

Phasenempfindlicher Detektor (PED)

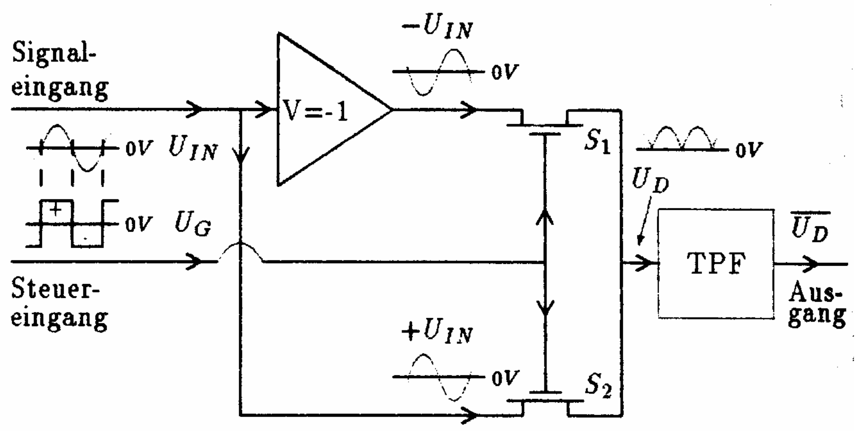


Abbildung 5: Prinzip des PEDs (aus Dr. H. J. Schütt "Vorbereitungsmaterial für den Versuch "Phasenempfindlicher Gleichrichter"" S. 2)

Für einen wie in Abbildung 5 vereinfacht dargestellten PED gelten folgende Zusammenhänge:

$$u_D = u_{IN} \cdot u_G$$

$$u_G = \frac{4}{\pi}\left(\sin\omega_x t + \frac{1}{3}\sin 3\omega_x t + \frac{1}{5}\sin 5\omega_x t + ...\right) \quad ,\omega_x = 2\pi f_x \quad und \quad f_x = f_G = f_r$$

(Signalspannungsfrequenz f_x, Steuerspannungsfrequenz f_G, Referenzspannungsfrequenz f_r)

Für das Eingangssignal kommt zum eigentlichen Signal u_S oft noch ein Störsignal u_N (z.B. Netzbrummen) hinzu. So ist $u_{IN} = u_S + u_N$.
Vereinfacht soll gelten:

$$u_S = U_S \sin\omega_x t$$

$$u_N = U_N \sin\omega_N t$$

Somit ist das Ausgangssignal des PEDs

$$u_D = u_S \cdot u_G + u_N \cdot u_G = \frac{4}{\pi} U_S \sin\omega_x t \left(\sin\omega_x t + \frac{1}{3}\sin 3\omega_x t + \frac{1}{5}\sin 5\omega_x t + ... \right)$$

$$+ \frac{4}{\pi} U_N \sin\omega_N t \left(\sin\omega_x t + \frac{1}{3}\sin 3\omega_x t + \frac{1}{5}\sin 5\omega_x t + ... \right)$$

$$= \frac{4}{\pi} U_S \left(\sin^2 \omega_x t + \frac{1}{3}\sin\omega_x t \sin 3\omega_x t + \frac{1}{5}\sin\omega_x t \sin 5\omega_x t + ... \right)$$

$$(Gleich- \& Wechselspannungsterme)$$

$$+ \frac{4}{\pi} U_N \left(\sin\omega_N t \sin\omega_x t + \frac{1}{3}\sin\omega_N t \sin 3\omega_x t + \frac{1}{5}\sin\omega_N t \sin 5\omega_x t + ... \right)$$

$$(nur Wechselspannungsterme, Mittelwert = 0)$$

Der Gleichspannungswert von u_D ist also $\overline{u_D} = \overline{\frac{4}{\pi} U_S \sin^2 \omega_x t} = \overline{\frac{4}{\pi} U_S \frac{1}{2}\left(1 - \cos 2\omega_x t\right)} = \frac{2}{\pi} U_S$.

Für eine Phasendifferenz $\varphi \neq 0$ zwischen Steuer- und Synchroneingangssignal ergibt sich $u_S = U_S \sin(\omega_x t + \varphi)$.

Der DC-Wert des Ausgangssignals des PEDs ist somit (Zweiweggleichrichter!):

$$\overline{u_D} = \frac{4}{\pi} U_S \overline{\sin(\omega_x t + \varphi)\sin(\omega_x t)} = \frac{4}{\pi} U_S \frac{1}{2} \overline{\cos(\varphi) - \cos(2\omega_x t + \varphi)} = \frac{2}{\pi} \hat{U}_S \cos\varphi$$

Für $\varphi = \mathrm{n}\frac{\pi}{2}$ ergibt sich somit für ungeradzahlige n: $\overline{u_D} = \frac{2}{\pi} \hat{U}_S \cos\frac{\pi}{2} = 0$.

Exemplarisch werden hierzu einige Fälle im Anhang A1 dargestellt.

Filterung der Harmonischen

Es ist $\overline{u_D} = \overline{u_G u_S} = \overline{u_G U_S \sin n\omega_x t}$, wenn die synchrone Komponente des PED-Eingangs eine Harmonische der Referenzfrequenz ist.

Nach der bereits ausgeführten Entwicklung ist für z.B. n=3 dann

$$\overline{u_D} = \overline{\frac{4}{\pi} U_S \frac{1}{3}\sin^2 3\omega_x t} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{\pi} U_S .$$

Allgemein gilt: $\overline{u_D} = \overline{\frac{4}{\pi} U_S \frac{1}{n}\sin^2 n\omega_x t} = \frac{1}{n} \cdot \frac{2}{\pi} U_S$.

Verstärkung

Die Verstärkung ist allgemein gegeben durch das Verhältnis zwischen effektiver Ausgangsspannung des Tiefpassfilters (TPF) zur effektiven Eingangsspannung des PEDs.

Bei Synchronbetrieb ergibt sich somit:

$$V = \frac{\frac{2}{\pi}U_S}{\frac{U_S}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}\frac{2}{\pi}\ (=0{,}9)$$

Bei Asynchronbetrieb ist für $(\omega_x - \omega_N) < \omega_g = \frac{1}{RC}$ die Ausgangsspannung des TPFs $u_F = \frac{2}{\pi}U_N\cos(\omega_x - \omega_N)t$ mit dem Effektivwert $u_{F_{eff}} = \sqrt{2}\frac{U_N}{\pi}$.

Die Verstärkung ist somit

$$V = \frac{\frac{\sqrt{2}}{\pi}U_N}{\frac{U_N}{\sqrt{2}}} = \frac{2}{\pi}$$

und damit um Faktor $\sqrt{2}$ kleiner als die Synchronverstärkung.

Protokoll zum Fortgeschrittenenpraktikum I

Elektronische Messtechnik im WS 2006/2007

III Versuchsteil

Aktive Filter

Tiefpass

III.i.a Versuchsaufbau

Die für diesen Versuch benötigten Materialen sind:

- Modul mit OV B084 (4-fach OV)
- Oszilloskop Agilent 54603B mit Messkabeln
- Gleichspannungsquelle (+/- 12V, GND)
- Funktionsgenerator
- RC-Glied aus Versuch 1
- diverse Laborstecker-Kabel

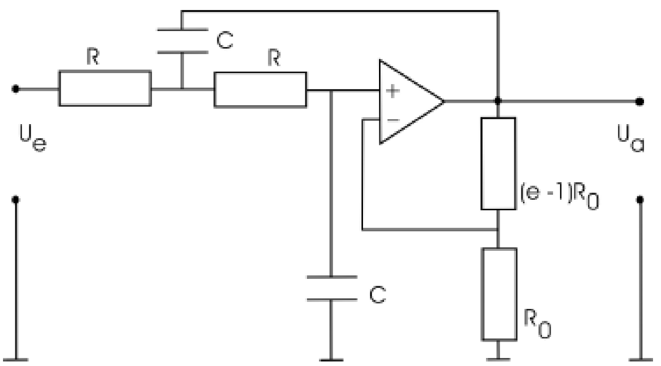


Abbildung 6: Schaltbild eines aktiven Tiefpasses
(aus der Versuchsbeschreibung „Frequenzselektive Messungen" der Universität Rostock)

Es wird ein aktiver Tiefpass nach Abbildung 6 aufgebaut.
Dazu wird das RC-Glied aus dem ersten Versuch verwendet mit $R = 10k\Omega$ und $C = 10nF$.
Das Verhältnis des Spannungsteilers am OV-Ausgang, der einen Teil der Ausgangsspannung auf den invertierenden Eingang zurückkoppelt bestimmt den jeweiligen Verstärkertyp.

Es ist ein
(a) Bessel-TP-Filter für e=1,268,
(b) Butterworth-TP-Filter für e=1,586,
(c) Tschebyscheff-TP-Filter für e=2,234.

Als Eingangssignal wird eine Sinusspannung mit 5V Amplitude und unterschiedlichen Frequenzen gewählt.

III.i.b Versuchsdurchführung

Bei diesem Versuch werden die Ausgangsspannung sowie die Phasenverschiebung zwischen Ein- und Ausgangssignal in Abhängigkeit der verwendeten Frequenz gemessen. Aus den sich in Tabelle 1 im Anhang befindlichen Messdaten ergeben sich nach Skalierung der Phasenverschiebung (mit Faktor 2) folgende Frequenzgänge der unterschiedlichen Pässe (Abbildung 7):

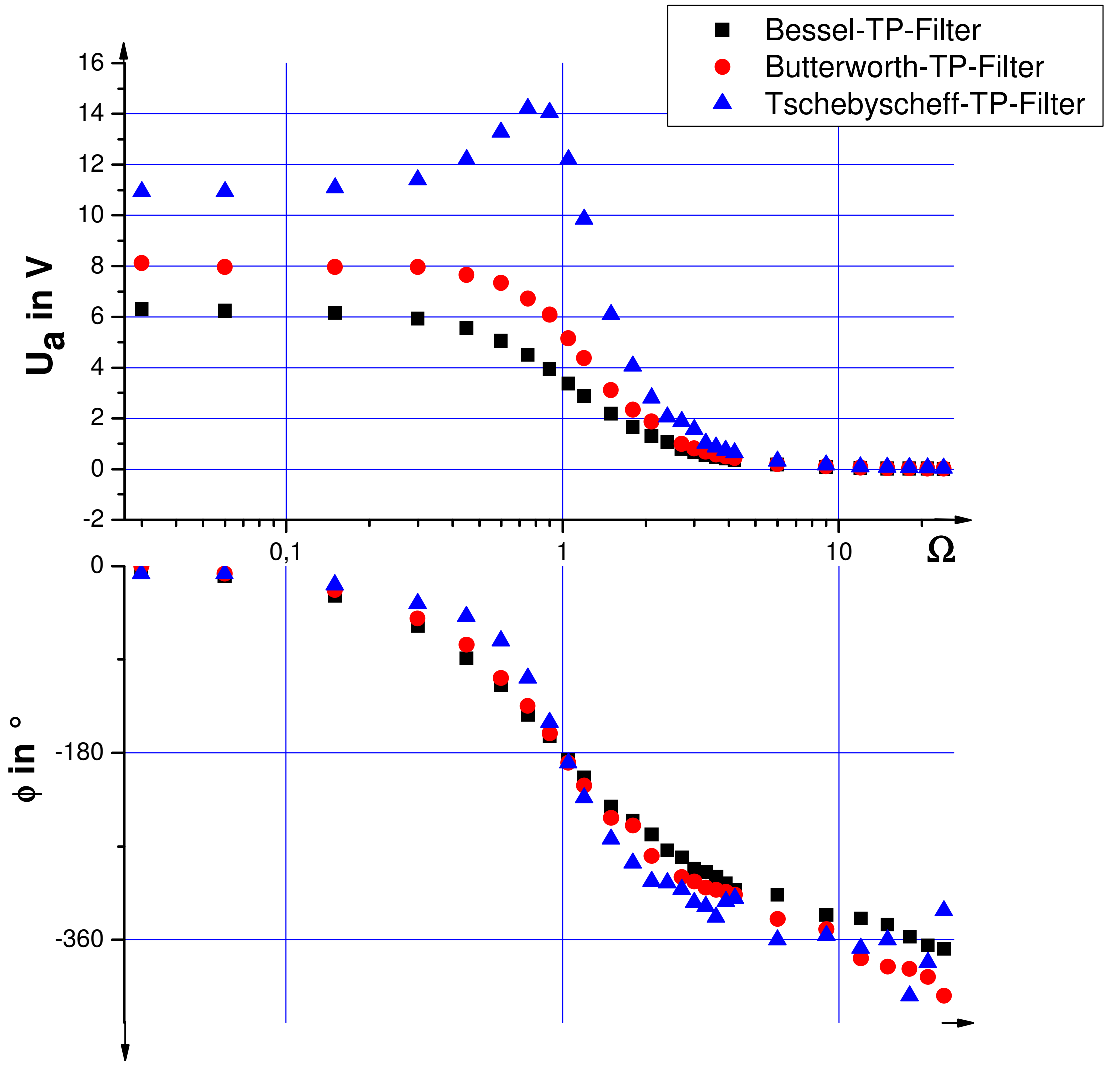


Abbildung 7: Frequenzgänge unterschiedlicher Tiefpassfilter

Dabei ist die Grenzfrequenz des verwendeten RC-Gliedes $f_g = 1{,}667\,kHz$, also die normierte Frequenz $\Omega = \frac{f}{f_g} = \frac{f}{1{,}667\,kHz}$.

Protokoll zum Fortgeschrittenenpraktikum I

Elektronische Messtechnik im WS 2006/2007

III.i.c Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Die Frequenzgangkurvenverläufe für Amplitude und Phasneverschiebung entsprechen den theoretischen Erwartungen im vollen Umfang. Die Skalierung der Phasenverschiebung ist notwendig gewesen, um die falsche Anzeige des Oszilloskops zu korrigieren.
Die Fluktuationen der Phasenverschiebung beim Tschebyschefffilter sind auf Messfehler (wackelnde, nicht vom Oszilloskop auswertbare Anzeige) und äußere Einflüsse zurückzuführen.

Es ist:

$$A(P) = \frac{\alpha}{1 + \omega_g RC(3-\alpha)P + (\omega_g RC)^2 P^2}$$

woraus durch einen Koeffizientenvergleich mit der allgemeinen Übertragungsfunktion für Tiefpässe (3) von Seite 2 folgt, dass

$RC = \frac{\sqrt{b_1}}{2\pi f_g}$ und $\alpha = A_0 = 3 - \frac{a_1}{\sqrt{b_1}} = 3 - \frac{1}{Q_1}$

Daraus folgt, dass die Güte

(a) $Q_{1-Bessel} = \frac{1}{3-\alpha_{Bessel}} = \frac{1}{3-1{,}268} \approx 0{,}577$

(b) $Q_{1-BW} = \frac{1}{3-\alpha_{BW}} = \frac{1}{3-1{,}586} \approx 0{,}707$

(c) $Q_{1-Tsch} = \frac{1}{3-\alpha_{Tsch}} = \frac{1}{3-2{,}234} \approx 1{,}305$

ist.

Hochpass

III.ii.a Versuchsaufbau

Die für diesen Versuch benötigten Materialen sind:

- Modul mit OV B084 (4-fach OV)
- Oszilloskop Agilent 54603B mit Messkabeln
- Gleichspannungsquelle (+/- 12V, GND)
- Funktionsgenerator
- RC-Glied aus Versuch 1
- 1 Widerstandsdekade
- diverse Laborstecker-Kabel

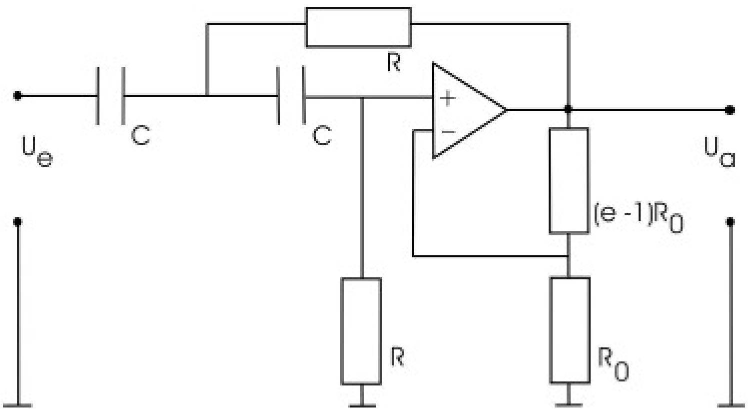


Abbildung 8: Schaltbild eines aktiven Tiefpasses
(aus der Versuchsbeschreibung „Frequenzselektive Messungen“ der Universität Rostock)

Es wird ein Wobbelmessplatz aus Funktionsgenerator und Oszilloskop für die in Abbildung 9 gezeigte Schaltung aufgebaut.
Das Swp-Out-Signal des Funktionsgenerators wird an „Channel 1“ des Oszilloskops gelegt, das Output-Signal an den Eingang der Schaltung und das Ausgangssignal der Schaltung an „Channel 2“ des Oszilloskops.

III.ii.b Versuchsdurchführung

Beim Wobbeln fährt der Funktionsgenerator alle Frequenzen eines auswählbaren Bereiches in einer ebenfalls einstellbaren Zeit automatisch durch.
Das Ergebnis wird mit Hilfe des XY-Modus und der STORE-Funktion des Oszilloskops in einem einzigen Messbild festgehalten.

Der Versuch wird wie zuvor für die durch e definierten unterschiedlichen Widerstandsverhältnisse durchgeführt.

Für die Einstellung e=1,268 ergibt sich folgendes Messbild (Abbildung 9):

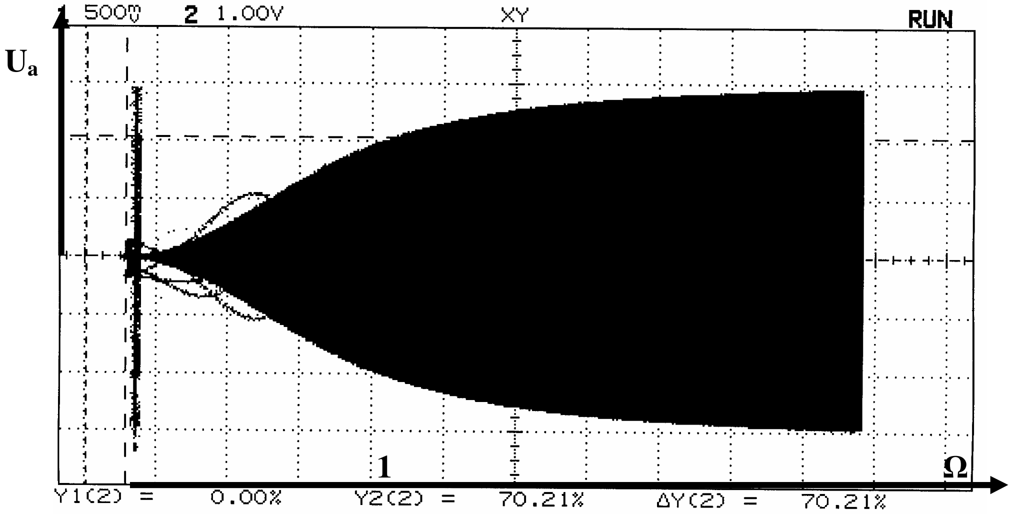


Abbildung 9: Frequenzgang des Hochpasses mit e = 1,268

Für die Einstellung e=1,586 ergibt sich folgendes Messbild (Abbildung 10):

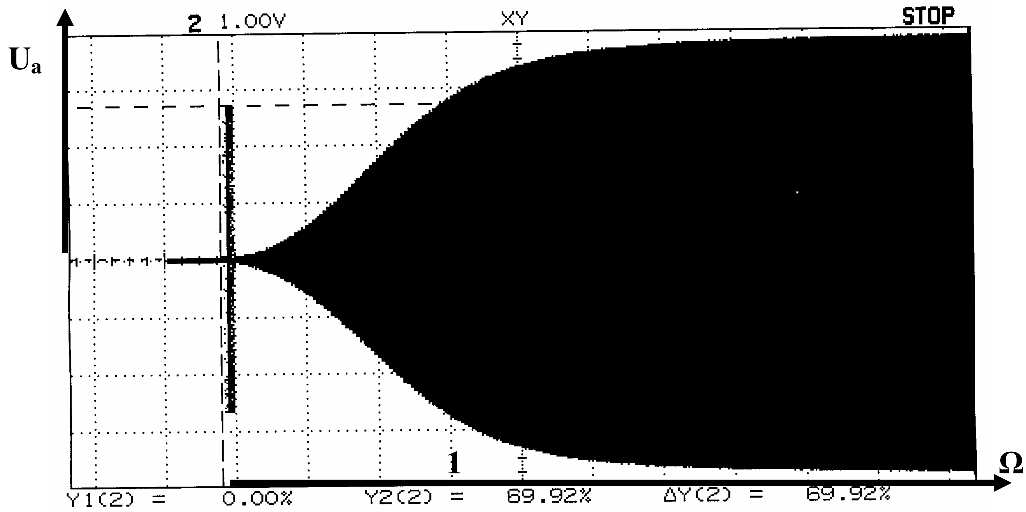


Abbildung 10: Frequenzgang des Hochpasses mit e = 1,586

Für die Einstellung e=2,234 ergibt sich folgendes Messbild (Abbildung 11):

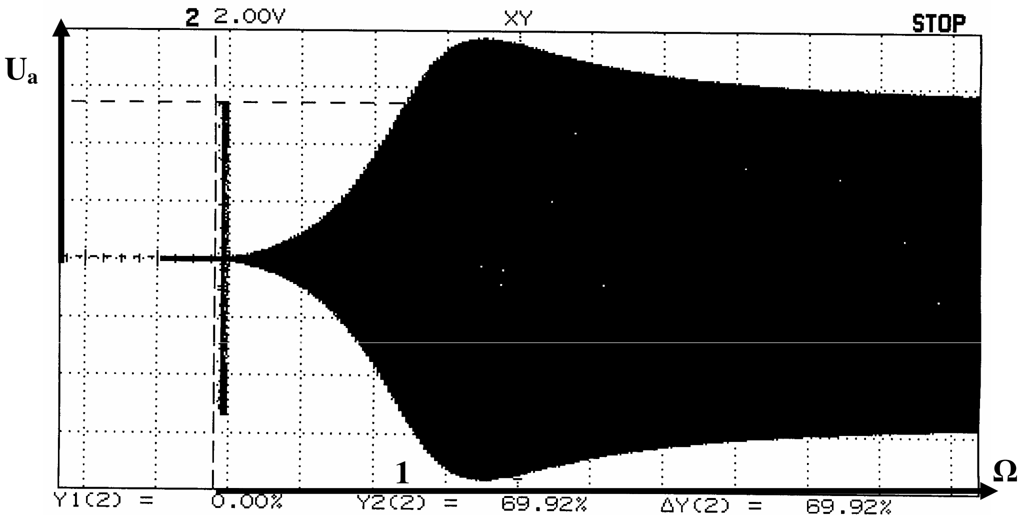


Abbildung 11: Frequenzgang des Hochpasses mit e = 2,234

Die Frequenzachse wurde bei allen Abbildungen wie schon zuvor auf die Grenzfrequenz normiert.

III.ii.c Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Die gemessenen Grenzfrequenzen betragen

(a) 1,981kHz für e = 1,268
(b) 1,681kHz für e = 1,586
(c) 1,384kHz für e = 2,234

Das Verhalten der verschiedenen Typen entspricht den theoretischen Erwartungen.
Die unterschiedlichen Güten entsprechen denen des Tiefpasses.

Bandpassfilter

III.iii.a Versuchsaufbau

Die für diesen Versuch benötigten Materialen sind:

- Modul mit OV B084 (4-fach OV)
- Oszilloskop Agilent 54603B mit Messkabeln
- Gleichspannungsquelle (+/- 12V, GND)
- Funktionsgenerator
- RC-Glied aus Versuch 1
- 1 Widerstandsdekade
- diverse Laborstecker-Kabel

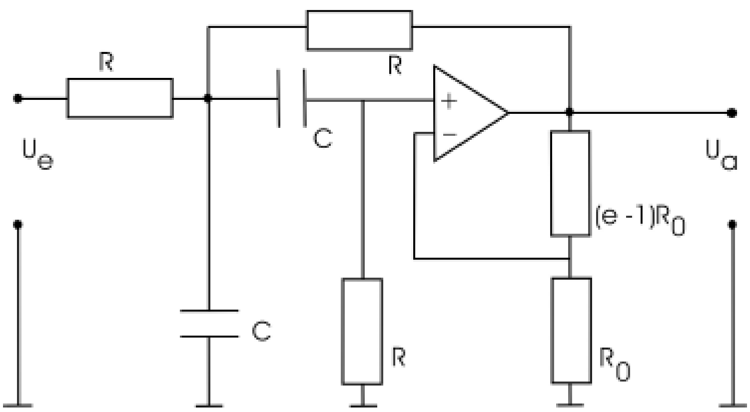


Abbildung 12: Schaltbild eines Bandpasses
(aus der Versuchsbeschreibung „Frequenzselektive Messungen“ der Universität Rostock)

Es wird ein Bandpass nach Abbildung 12 aufgebaut und wie beim vorhergehenden Versuch an einem Wobbelmessplatz untersucht.

III.iii.b Versuchsdurchführung

Das Vorgehen ist analog zum vorherigen Versuch mit dem Hochpass.

Für die Einstellung e=1,268 ergibt sich folgendes Messbild (Abbildung 13):

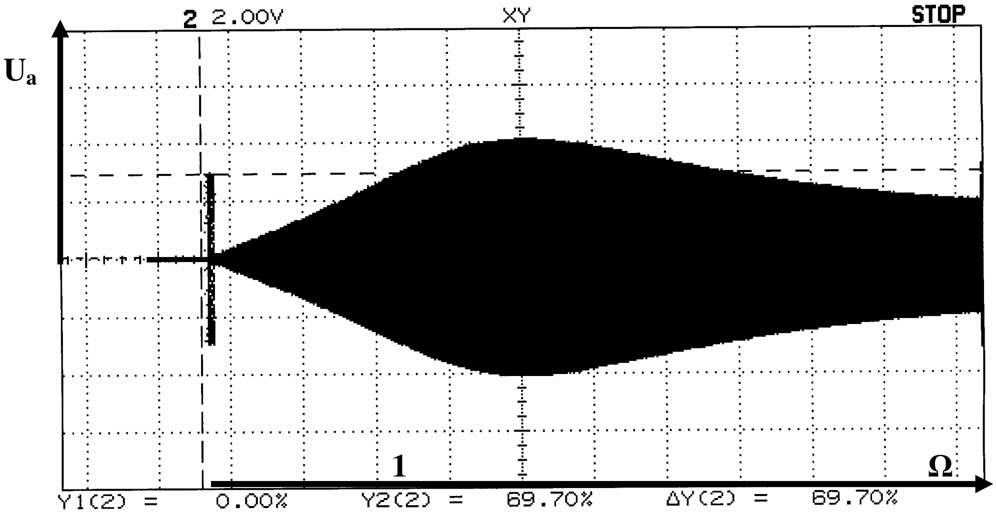


Abbildung 13: Frequenzgang des Bandpasses mit e = 1,268

Für die Einstellung e=1,586 ergibt sich folgendes Messbild (Abbildung 14):

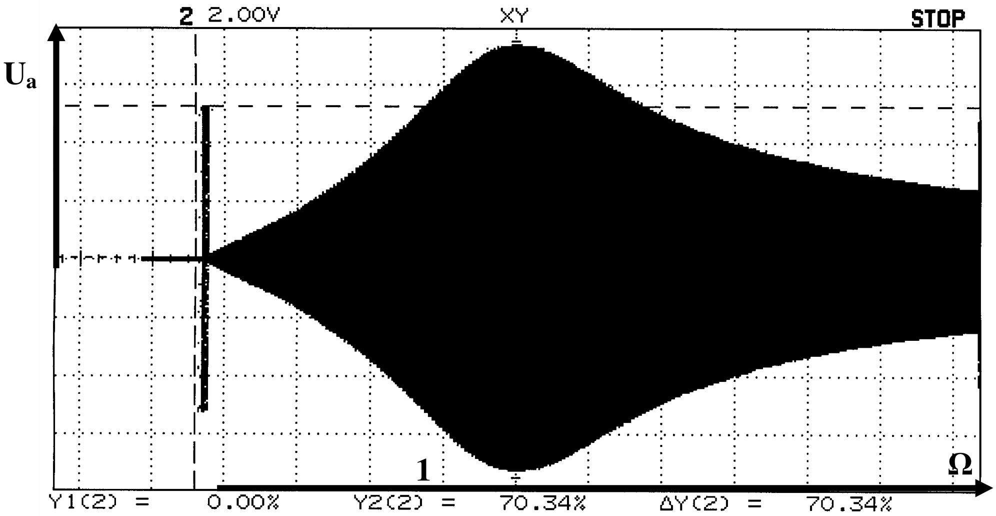


Abbildung 14: Frequenzgang des Bandpasses mit e = 1,586

Für die Einstellung e=2,234 ergibt sich folgendes Messbild (Abbildung 15):

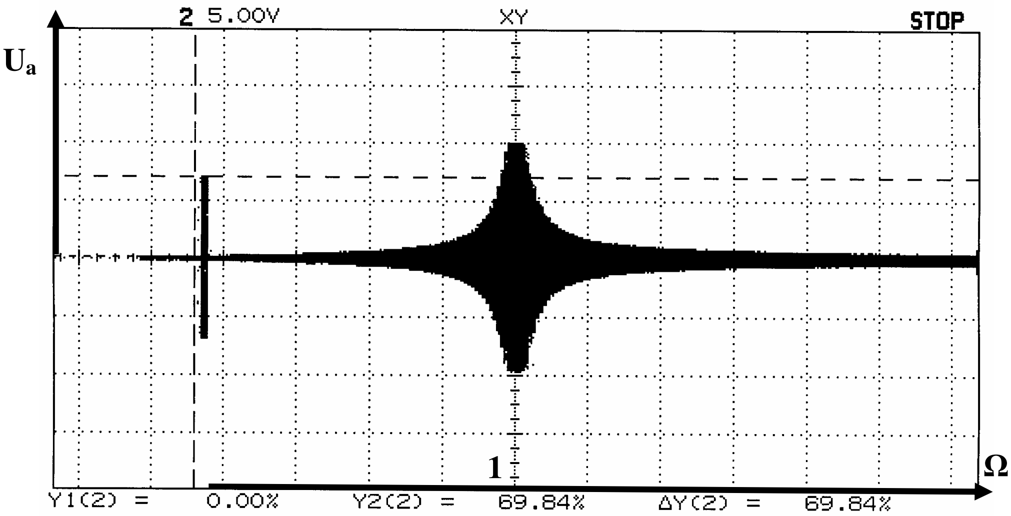


Abbildung 15: Frequenzgang des Bandpasses mit e = 2,234

Die Frequenzachse wurde bei allen Abbildungen wie schon zuvor auf die Grenzfrequenz normiert.

III.iii.c Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Die gemessenen Grenzfrequenzen betragen

(a) 1,441kHz für e = 2,5 ➔ $Q = 2$
(b) 1,675kHz für e = 3 ➔ $Q = \infty$
(c) 2,237kHz für e = 3,9 ➔ $Q = -1{,}111$

Das Verhalten der verschiedenen Typen entspricht den theoretischen Erwartungen.
Sehr gut zu erkennen ist, dass für e→4 die Verstärkung unendlich groß wird. Um ein auswertbares Messbild zu erhalten, musste daher die 20dB-Dämpfung des FGs verwendet werden.

Die Bandmittenverstärkung ergibt sich beim Bandpass aus dem Verhältnis zwischen maximaler Aus- und Eingangsspannung.
Sie ist bei

(a) $V_0 \approx 1{,}6$
(b) $V_0 \approx 3$
(c) $V_0 \approx 20$

Anmerkung: Bei der Verwendung von e=…. sind anscheinend Fehler aufgetreten.
Für e=3 hätte hier die Verstärkung gegen unendlich gehen müssen, da $V = \frac{k}{3-e}$.

Im Versuch ergab sich hingegen eher die Beziehung $V = \frac{k}{4-e}$

Bandsperre

III.iv.a Versuchsaufbau

Die für diesen Versuch benötigten Materialen sind:

- Modul mit OV B084 (4-fach OV)
- Oszilloskop Agilent 54603B mit Messkabeln
- Gleichspannungsquelle (+/- 12V, GND)
- Funktionsgenerator
- RC-Glied aus Versuch 1
- diverse Laborstecker-Kabel

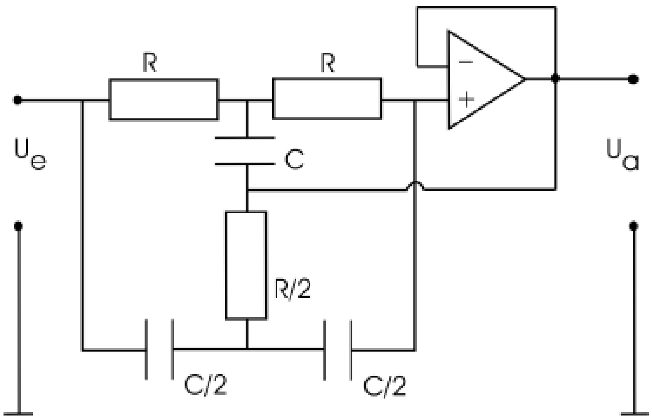


Abbildung 16: Schaltbild einer Bandsperre
(aus der Versuchsbeschreibung „Frequenzselektive Messungen“ der Universität Rostock)

Es wird eine Bandsperre nach Abbildung 16 aufgebaut und wie beim vorhergehenden Versuch an einem Wobbelmessplatz untersucht.

III.iv.b Versuchsdurchführung

Das Vorgehen ist analog zum Versuch mit dem Hochpass.
Es ergibt sich folgendes Messbild (Abbildung 17):

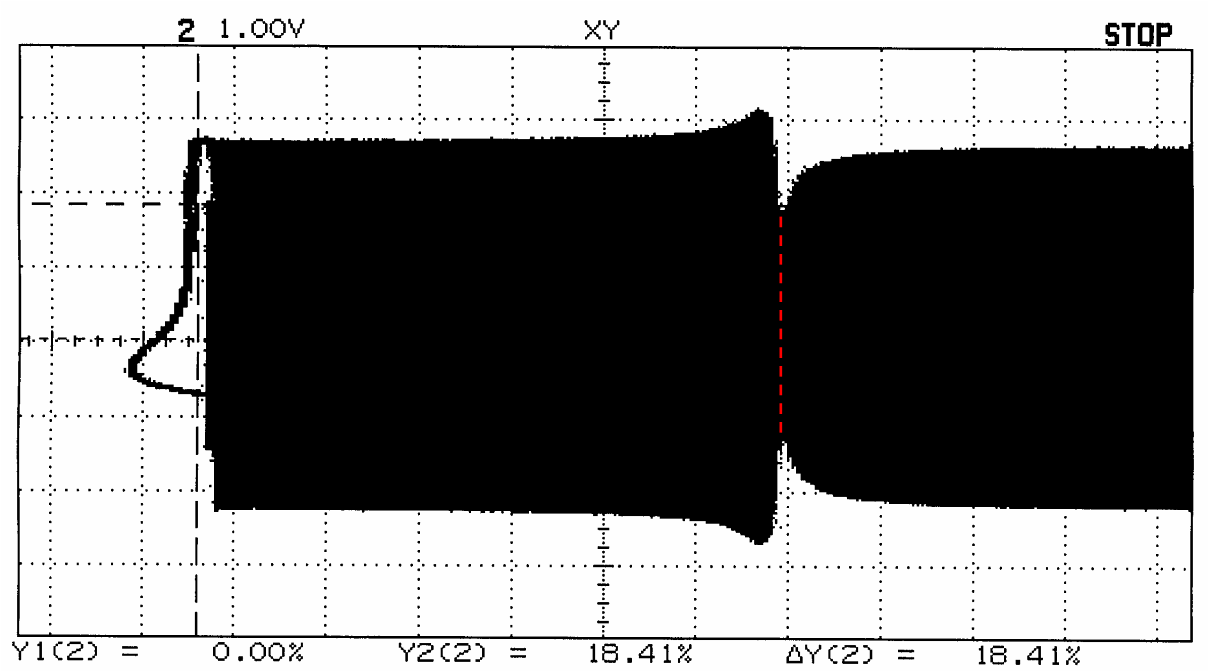


Abbildung 17: Frequenzgang des Bandsperre

III.iv.c Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Da die Anzeige des Oszilloskops nicht ausreichte, den Spalt (rot markiert) im Frequenzgang der Bandsperre vollständig darzustellen, wurde durch Probieren eine geringfügig höhere Grenzfrequenz ermittelt, als durch die herkömmliche Methode (Veränderung der Frequenz am FG, bis Amplitude 70% des Maximums erreicht. Abgelesener Wert ist die Grenzfrequenz).

So ergibt sich eine grafisch ermittelte Grenzfrequenz von 3,318kHz und eine „gefühlte" von 3,345kHz.

Die Bandmittenverstärkung beträgt wie erwartet (OV arbeitet als Impedanzwandler) $V_0 \approx 1$.

Protokoll zum Fortgeschrittenenpraktikum I

Elektronische Messtechnik im WS 2006/2007

Phasenempfindlicher Gleichrichter
Synchronbetrieb

III.v.a Versuchsaufbau

Die für diesen Versuch benötigten Materialen sind:

- PEG-Modul
- Oszilloskop Agilent 54603B mit Messkabeln
- diverse Laborstecker-Kabel
- Gleichspannungsquelle (+/- 12V, GND)
- Funktionsgenerator

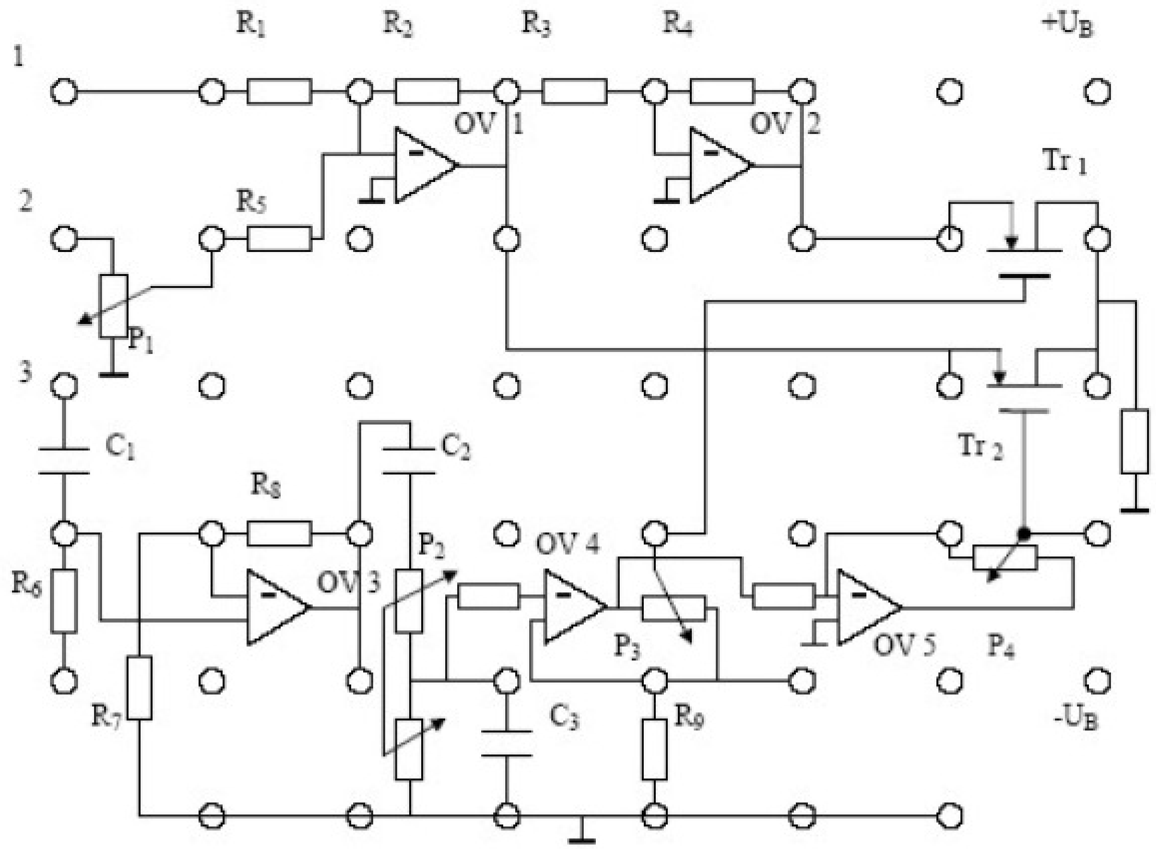


Abbildung 18: PEG

Es wird ein phasenempfindlicher Gleichrichter nach Abbildung 18 im Synchronbetrieb (Referenz- und Eingangssignal mit einem Kabel verbinden) betrieben. Es sind:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_7 = R_8 = R_{10} = R_{11} = 10k\Omega$$
$$R_6 = 1k\Omega \qquad R_9 = 100k\Omega$$
$$P_1 = 4{,}7k\Omega \qquad P_2 = 2\,x\,47k\Omega \quad P_3 = 100k\Omega \qquad P_4 = 10k\Omega$$
$$C_1 = 100nF \qquad C_2 = C_3 = 10nF$$

Für eine Phasenverschiebung nahe 90° wird R_6 auf Masse gelegt.

III.v.b Versuchsdurchführung

(a) Es wird die Ausgangsspannung U_a in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung φ gemessen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 im Anhang enthalten und ergeben folgendes Diagramm (Abbildung 19):

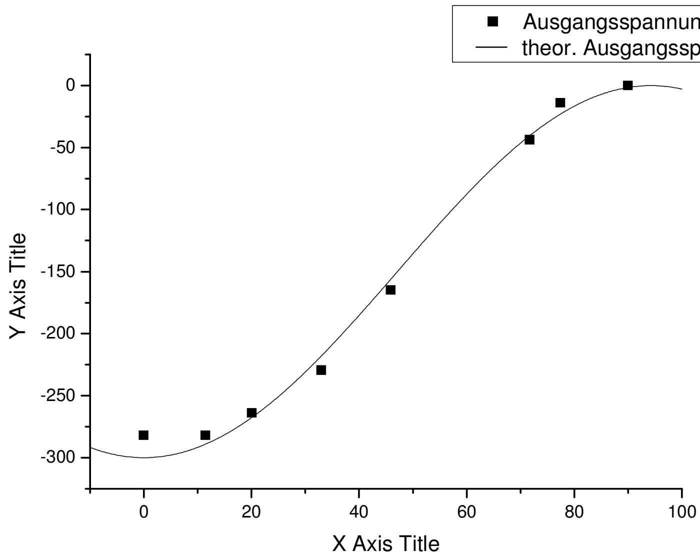


Abbildung 19: Ausgangssignal des PEGs im Synchronbetrieb für unterschiedliche Phasenverschiebungen

(b) Es wird für eine Phasenverschiebung von 0° die über einen Tiefpass ($f_g = 20Hz$) gefilterte Ausgangsspannung in Abhängigkeit von der Eingangsspannung gemessen. Dadurch entsteht die Gleichrichterkennlinie (Abbildung 20) aus den Werten der Tabelle 3 im Anhang:

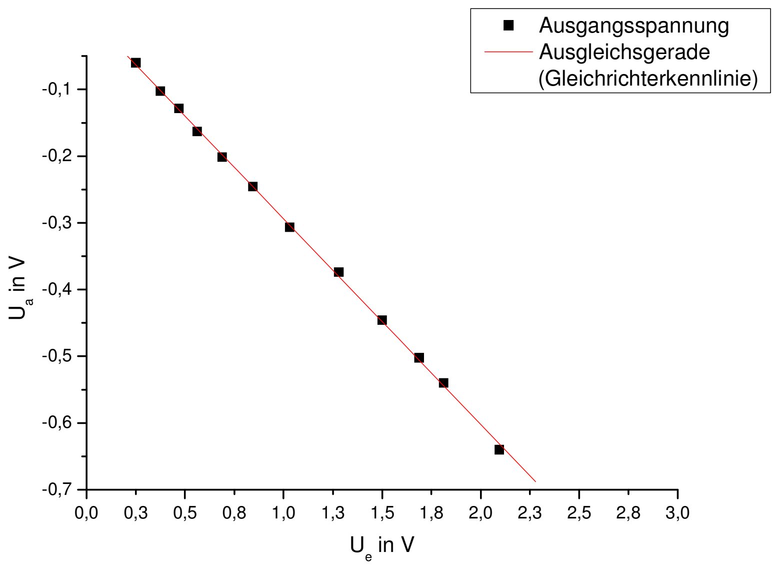


Abbildung 20: Ausgangsspannung des PEG nach einem TPF bei variierender Eingangsspannung

III.v.c Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

(a) Wie man Abbildung 19 entnehmen kann, entspricht die Messkurve den theoretischen Erwartungen im vollen Umfang (Quantitativer Vergleich mit Hilfe der theoretisch erwarteten Kurve).

(b) Die Steigung der Ausgleichgeraden aus Abbildung 20 beträgt -0,308.
Bedenkt man den Zusammenhang zwischen Mittelwert der Spannung und dem Effektivwert und sieht man vom Vorzeichen ab, so entspricht dies dem theoretisch erwarteten Zusammenhang $u_F = \frac{2}{\pi} U_S$.

Asynchronbetrieb

III.vi.a Versuchsaufbau

Die für diesen Versuch benötigten Materialen sind:

- PEG-Modul
- Oszilloskop Agilent 54603B mit Messkabeln
- diverse Laborstecker-Kabel
- Gleichspannungsquelle (+/- 12V, GND)
- Funktionsgenerator (1V sinus, 1kHz)
- Funktionsgenerator (1V sinus, variable Frequenz, mit Digitalanzeige einstellbar)

Es wird analog zum vorherigen Versuch ein PEG aufgebaut.
Allerdings wird nun eine Signalquelle als Referenzsignal mit konstanter Amplitude und konstanter Frequenz verwendet.
Der andere FG wird in seiner Frequenz variiert.
Der Versuch wird mit drei Grenzfrequenzen des nachgeschalteten Tiefpasses zu
(a) 100Hz (b) 20Hz durchgeführt.

III.vi.b Versuchsdurchführung

Durch Variation der Eingangssignalfrequenz tritt für ungeradzahlige Vielfache der Referenzfrequenz eine Ausgangsspannung auf, für geradzahlige Vielfache ist diese Null.

Die Messdaten zum Versuch aus Tabelle 4 im Anhang ergeben folgendes Diagramm (Abbildung 21):

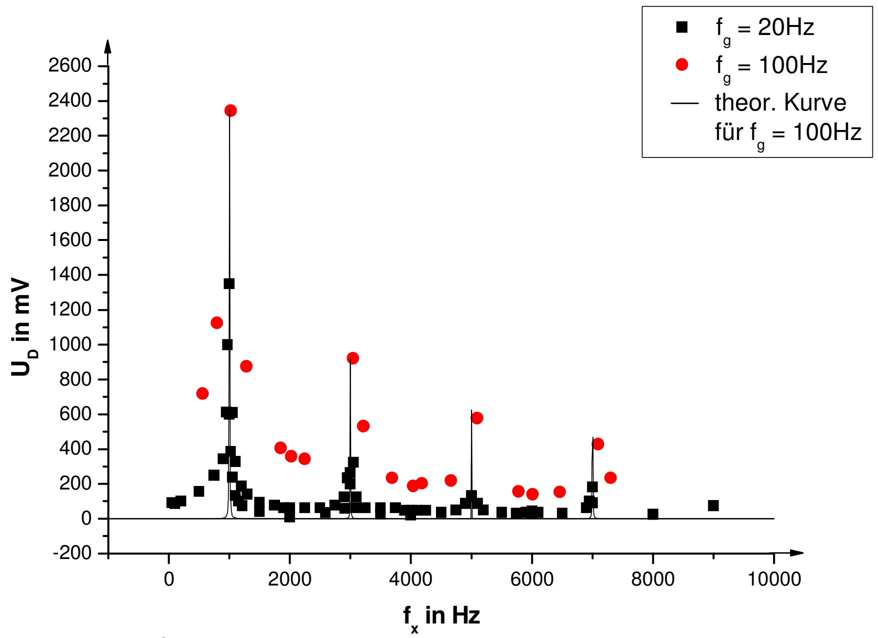
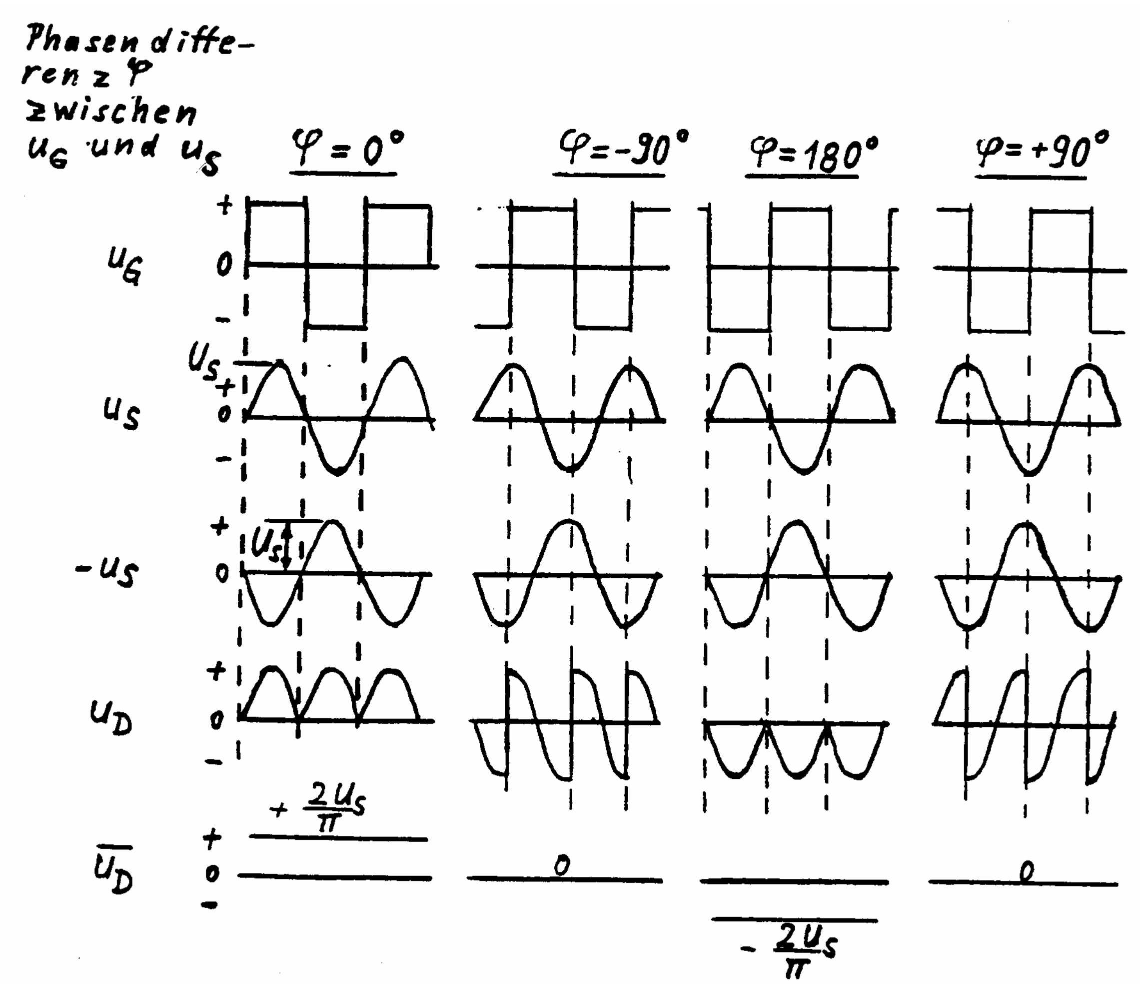


Abbildung 21: PEG im Asynchronbetrieb

III.vi.c Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Die Ergebnisse entsprechen im vollen Umfang den theoretischen Erwartungen.

IV Anhang



A 1: Wellenformen des Phasenempfindlichen Detektors (aus Dr. H. J. Schütt "Vorbereitungsmaterial für den Versuch "Phasenempfindlicher Gleichrichter"" S. 5)

Protokoll zum Fortgeschrittenenpraktikum I

Elektronische Messtechnik im WS 2006/2007

Tabelle 1: Messwerte zum aktiven Tiefpass

Frequenz f in Hz	Normierte Frequenz Ω	U_a in V (Bessel)	φ in ° (Bessel)	U_a in V (Butterw.)	φ in ° (Butterw.)	U_a in V (Tscheb.)	φ in ° (Tscheb.)
10	0,006	6,375	0	8,13	0	10,94	0
50	0,02999	6,312	-1,8	8,13	0	10,94	-3,6
100	0,05999	6,25	-5,04	7,97	-3,6	10,94	-3,6
250	0,14997	6,163	-14,4	7,97	-11,6	11,09	-9
500	0,29994	5,937	-28,8	7,97	-25,3	11,41	-18
750	0,44991	5,562	-44,49	7,66	-37,9	12,19	-24,27
1000	0,59988	5,062	-57,6	7,34	-54	13,28	-36
1250	0,74985	4,5	-71,82	6,72	-67,5	14,22	-54
1500	0,89982	3,938	-81,92	6,09	-80,6	14,06	-75,22
1750	1,04979	3,375	-93,47	5,16	-94,7	12,19	-94,74
2000	1,19976	2,875	-101,8	4,37	-105,9	9,844	-111,6
2500	1,4997	2,188	-115,8	3,12	-121,5	6,094	-131,4
3000	1,79964	1,663	-122,6	2,34	-125	4,062	-143,1
3500	2,09958	1,312	-129,4	1,87	-139,7	2,813	-151,8
4000	2,39952	1,062	-136,9	--	--	2,063	-152,6
4500	2,69946	0,797	-140,4	1	-150	1,875	-155,7
5000	2,9994	0,656	-145,8	0,81	-152	1,562	-162
5500	3,29934	0,563	-147,5	0,69	-155	1,031	-164
6000	3,59928	0,484	-149,6	0,58	-156	0,875	-169,2
6500	3,89922	0,421	-152,9	0,5	-157	0,75	-161,5
7000	4,19916	0,359	-156,1	0,44	-158,5	0,6406	-160
10000	5,9988	0,181	-158,4	0,21	-170	0,3219	-180
15000	8,9982	0,075	-168,1	0,1	-175	0,1596	-178
20000	11,9976	0,045	-169,9	0,06	-189	0,09688	-184
25000	14,997	0,029	-172,8	0,04	-193	0,07812	-180
30000	17,9964	0,025	-178,7	0,03	-194	0,06094	-207
35000	20,9958	0,015	-182,8	0,02	-198	0,04531	-191
40000	23,9952	0,013	-184,6	0,02	-207	0,032	-166

Tabelle 2: Messwerte zum PEG im Synchronbetrieb

Phasenverschiebung φ in °	Ausgangsspannung in mV
0	-282
11,47	-282
20,08	-264
32,99	-229,7
45,9	-165
71,71	-43,77
77,45	-14,01
90	0

Tabelle 3: Messwerte zum PEG im Synchronbetrieb mit TPF

Eingangsspannung in V	Ausgangsspannung in V
0,25	-0,06
0,375	-0,103
0,468	-0,1285
0,562	-0,1635
0,688	-0,202
0,844	-0,246
1,031	-0,307
1,28	-0,374
1,5	-0,446
1,687	-0,502
1,812	-0,54
2,094	-0,64

Tabelle 4: Messwerte zum PEG im Asynchronbetrieb

f_x in Hz (f_g=20Hz)	U_a in mV	f_x in Hz (f_g=20Hz)	U_a in mV	f_x in Hz (f_g=100Hz)	U_a in mV
1000	600	1750	78	558	719
1025	387	1900	62	793	1125
1050	237,5	2000	62	1022	2344
1100	131,3	2250	62	1287	875
1150	100	2500	62	1845	406
1214	75	2750	78	2021	359
1500	40,63	2900	125	2245	344
2000	9,375	2950	234	3040	922
2591	34,37	3000	265	3219	531
2909	59,38	3050	324	3689	234
3000	200,4	3100	125	4037	188
3088	62,3	3250	62	4177	203
3500	25,7	3500	62	4663	219
4000	21,25	3750	62	5097	578
5000	131,3	3900	47	5780	156
6000	28,13	4000	47	6010	140
7000	90,62	4100	47	6460	153
8000	25,2	4250	47	7098	428
9000	75	4500	37	7299	234
--	--	4750	50		
50	93	4900	87		
100	87	5000	125		
200	100	5100	87		
500	156	5200	50		
750	250	5500	37		
900	343	5750	31		
950	612	5900	37		
970	1000	6000	44		
1000	1350	6100	37		
1050	609	6500	31		
1100	328	6900	62		
1200	187	6950	100		
1300	140	7000	181		
1500	94				